कुछ उपयोगी सूत्र एवं महत्वपूर्ण बिन्दु

1. परिमेय व अपरिमेय संख्या

(i) वह संख्या जिसे $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जा सकता है, परिमेय संख्या कहलाती है, जहाँ p तथा q कोई पूर्णांक है तथा $q \neq 0$।

(ii) किसी परिमेय संख्या का दशमलव प्रसार या तो सांत (terminating) होगा या असांत (non-terminating reccurring)।

(iii) किन्हीं दो परिमेय संख्याओं के बीच में असंख्य परिमेय संख्याएँ होती हैं।

(iv) वह संख्या जिसे $\frac{p}{q}$ के रूप में नहीं लिखा जा सकता तथा जिसका दशमलव प्रसार असांत व अनावर्ती होता है, परिमेय संख्या कहलाती है। उदाहरणार्थ– $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ .....आदि।

(v) सभी परिमेय व अपरिमेय संख्याओं के समूह को वास्तविक संख्या कहते हैं।

2. घातांक नियम

(i) $x^m \times x^n = x^{m+n}$ (ii) $x^m \times y^m = (xy)^m$ (iii) $x^m \div x^n = x^{m-n}$

(iv) $(x^m)^n = x^{mn}$ (v) $x^o = 1$ (vi) $x^{-m} = \frac{1}{x^m}$

3. करणियों के नियम

यदि a व b कोई धनात्मक वास्तविक संख्याएँ हों, तो

(i) $\sqrt{ab} = \sqrt{a}.\sqrt{b}$ (ii) $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

(iii) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b}) = a-b$ (iv) $(a+\sqrt{b})(a-\sqrt{b}) = a^2-b$

(v) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2 = a+b+2\sqrt{ab}$ (vi) $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 = a+b-2\sqrt{ab}$

4. बीज गणितीय सर्वसमिकाएँ

(i) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

(ii) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

(iii) $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

(iv) $(a+x)(a+y) = a^2 + ax + ay + xy$

(v) $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

(vi) $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$

(vii) $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$

(viii) $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$

(ix) $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

(x) $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^3)$

5. निर्देशांक ज्यामिति

यदि किसी समतल में दो रेखायें एक दूसरे के लम्बवत् हों, तो

(i) क्षैतिज रेखा को X- अक्ष तथा ऊर्ध्वाधर रेखा को Y- अक्ष कहते हैं। संयुक्त रूप से इन्हें निर्देशांक अक्ष कहते हैं।

(ii) निर्देशाक अक्ष समतल को चार भागों में विभाजित करती हैं। प्रत्येक भाग को **चतुर्थांश** कहते हैं।

(iii) अक्षों के प्रतिच्छेदन बिन्दु को मूल बिन्दु कहते हैं। मूल बिन्दु के निर्देशांक (0,0) होते हैं।

(iv) X-अक्ष पर दूरी को भुज (x-निर्देशाक) तथा Y-अक्ष पर दूरी को कोटि (y-निर्देशांक) कहते हैं।

6. त्रिभुज व समान्तर चतुर्भुजों के क्षेत्रफल

(1) किसी त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाने वाला रेखाखण्ड तीसरी भुजा के समान्तर तथा उसका आधा होता है।

(2) किन्हीं दो सर्वांगसम आकृतियों का क्षेत्रफल समान होता है, किन्तु यह आवश्यक नहीं कि विलोम भी सत्य हो।

(3) समान आधार पर तथा दो समान समान्तर रेखाओं के बीच बने समान्तर चतुर्भुजों का क्षेत्रफल समान होता है।

(4) समान आधार पर तथा दो समान समान्तर रेखाओं के बीच बने त्रिभुजों का क्षेत्रफल समान होता है।

(5) किसी त्रिभुज की माध्यिका उसे दो बराबर क्षेत्रफल वाले त्रिभुजों में बाँटती है। परन्तु यह आवश्यक नहीं कि वे त्रिभुज सर्वांगसम भी हों।

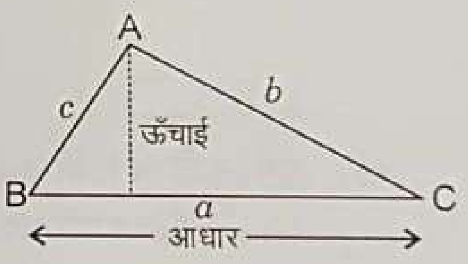
7. क्षेत्रमिति

परिमाप–किसी ज्यामिति आकृति का परिमाप उसकी भुजाओं की लम्बाइयों का योगफल होता है।

क्षेत्रफल–किसी वस्तु द्वारा एक तल पर घेरे हुए क्षेत्र या धरातल को उस वस्तु का क्षेत्रफल कहते हैं।

8. समतल आकृतियों के परिमाप एवं क्षेत्रफल

(1) **त्रिभुज**–मानाकि त्रिभुज की भुजाओं की लम्बाई a, b व c है, तो

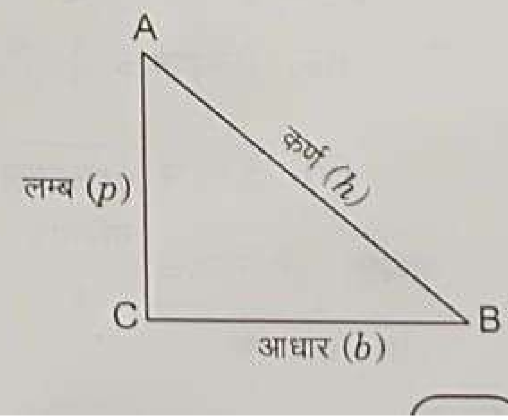


परिमाप, $2s = a + b + c$ तथा अर्ध परिमाप, $s = \dfrac{a+b+c}{2}$

त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

अथवा, **त्रिभुज का क्षेत्रफल** $= \dfrac{1}{2} \times$ आधार $\times$ ऊँचाई

(2) **समकोण त्रिभुज** – माना कि समकोण त्रिभुज का आधार b, लम्ब p तथा कर्ण h है, तो

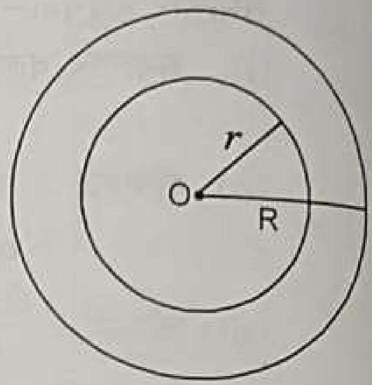


(i) **परिमाप** $= b + p + h$

(ii) क्षेत्रफल $= \dfrac{1}{2} \times$ आधार $\times$ ऊँचाई $= \dfrac{1}{2} \times b \times p$

(iii) $h^2 = b^2 + p^2$

(11) **वलय का क्षेत्रफल**



वलय का क्षेत्रफल $= \pi (R^2 - r^2)$

यहाँ R = बाह्य त्रिज्या

तथा r = आन्तरिक त्रिज्या

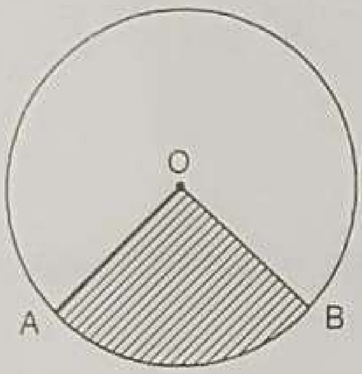
(12) **किसी वृत्त खण्ड में,**

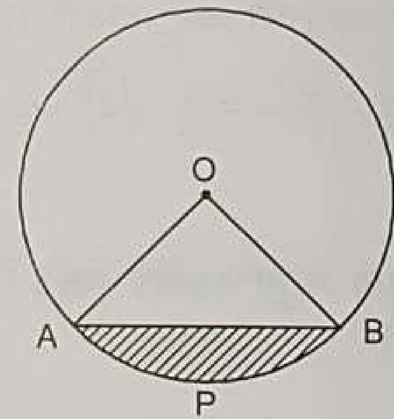
(i) चाप की लम्बाई $= \frac{\theta}{180^\circ} \pi r$

(ii) वृत्त के त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल $= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2$

(iii) वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल $= APB$ का क्षेत्रफल

$$= r^2 \left[\frac{\pi\theta}{360^\circ} - \frac{\sin\theta}{2} \right]$$





त्रिकोणमितीय मान : 0° से 90° तक

कोण θ / अनुपात	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞
$\text{cosec}\,\theta$	∞	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
$\sec\theta$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	∞
$\cot\theta$	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

◆◆

कक्षा-10, 9 विषय - गणित

महत्वपूर्ण सूत्र एवं जानकारियाँ

1. महत्तम समापवर्तक एवं लघुत्तम समापवर्त्य

दो व्यंजकों का गुणनफल = उनका म. स. × ल. स.

2. द्विघात समीकरण

(i) द्विघात समीकरण का सामान्य रूप है :

$ax^2 + bx + c = 0$ यहाँ a, b, c अचर राशियाँ हैं तथा $a \neq 0$

(ii) यदि द्विघात समीकरण के दो मूल α, β हैं, तो

$$\alpha = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \text{ अथवा } \alpha = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$$

$$\beta = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \text{ अथवा } \beta = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$$

यहाँ $D = b^2 - 4ac$

यदि $D = 0$ हो, तो $\alpha = \beta = -\frac{b}{2a}$

और यदि $D < 0$ हो, तो समीकरण का कोई वास्तविक हल नहीं होता है।

3. ज्यामिति सम्बन्धी

(i) किसी वृत्त में एक चाप द्वारा केन्द्र पर बना कोण शेष परिधि पर बने कोण का दुगुना होता है।

(ii) अर्द्धवृत्त में बना कोण समकोण होता है।

(iii) एक ही वृत्त खण्ड के कोण बराबर होते हैं।

(iv) चक्रीय चतुर्भुज के कोण सम्पूरक होते हैं।

(v) किसी चक्रीय चतुर्भुज का बहिष्कोण अपने सम्मुख अन्तः कोण के बराबर होता है।

(vi) वृत्त के केन्द्र से जीवा पर डाला गया लम्ब जीवा को समद्विभाजित करता है।

(vii) वृत्त के किसी बिन्दु पर खींची गई स्पर्श रेखा तथा स्पर्श बिन्दु से खींची गई त्रिज्या एक दूसरे पर लम्ब होती है।

(viii) बराबर जीवाएँ केन्द्र से बराबर दूरी पर होती हैं।

(ix) किसी बाह्य बिन्दु से वृत्त पर खींची गई दो स्पर्श रेखाओं की लम्बाइयाँ बराबर होती हैं।

(x) यदि दो वृत्त एक दूसरे को बाह्यतः स्पर्श करें, तो

केन्द्रों के बीच की दूरी, d = दोनों वृत्तों की त्रिज्याओं का योग

(xi) यदि दो वृत्त एक दूसरे को अन्तः स्पर्श करें, तो

केन्द्रों के बीच की दूरी, d = दोनों वृत्तों की त्रिज्याओं का अन्तर

(xii) दो वृत्तों की उभयनिष्ठ अनुस्पर्श रेखा की लम्बाई =

$$\sqrt{(\text{केन्द्रों के बीच की दूरी})^2 - (\text{त्रिज्याओं का अन्तर})^2}$$

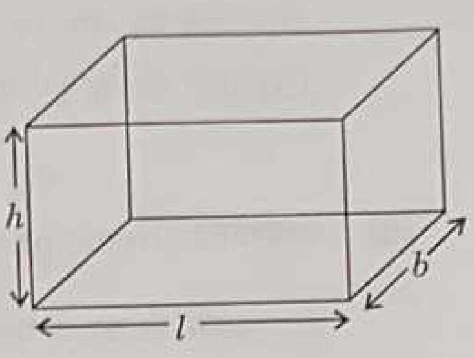
(xiii) दो वृत्तों की उभयनिष्ठ तिर्यक स्पर्श रेखा की लम्बाई =

$$\sqrt{(\text{केन्द्रों के बीच की दूरी})^2 - (\text{त्रिज्याओं का अन्तर})^2}$$

(xiv) जीवा तथा स्पर्श रेखा के बीच का कोण एकान्तर वृत्तखण्ड में स्थित कोण के बराबर होता है।

4. मेन्सुरेशन सम्बन्धी

(1) घनाभ (cuboid)—यदि किसी घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई क्रमशः l, b तथा h हो, तो



(i) घनाभ का आयतन $= l \times b \times h$

= आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

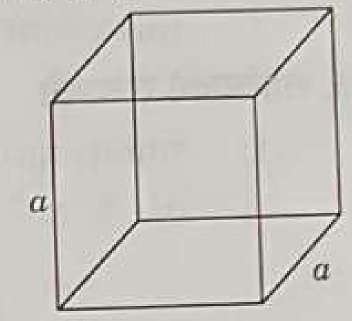
(ii) घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= 2(lb + bh + hl)$

(iii) घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\,(l + b) \times h$

(iv) घनाभ का विकर्ण $= \sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$

(2) घन (Cube)—घन की सभी भुजाएँ समान होती हैं। यदि घन की भुजा a हो, तो

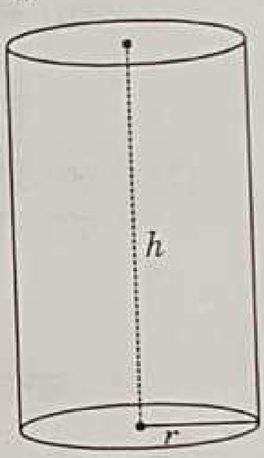


(i) घन का आयतन = (भुजा)$^3 = a^3$

(ii) घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 6a^2$

(iii) घन का विकर्ण $= a\sqrt{3}$

(3) बेलन (Cylinder)—यदि बेलन के आधार की त्रिज्या r तथा ऊँचाई h हो, तो



(i) आधार का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

(ii) बेलन का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

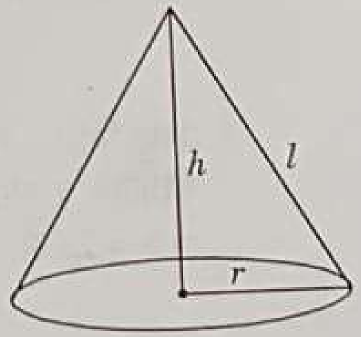
(iii) बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi r\,(h + r)$

(iv) बेलन का आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई $= \pi r^2 h$

(v) खोखले बेलन का आयतन $= \pi\,(r_1^2 - r_2^2)h$

यहाँ r_1 = बाह्य त्रिज्या, r_2 = आन्तरिक त्रिज्या

(4) शंकु (Cone) — यदि शंकु के आधार की त्रिज्या r, ऊँचाई h तथा तिर्यक ऊँचाई l हो, तो



(i) शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

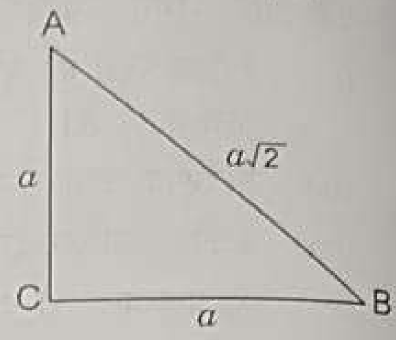
(ii) शंकु का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi rl$

(iii) शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi rl + \pi r^2$

$= \pi r\,(l + r)$

(iv) शंकु की तिर्यक ऊँचाई, $l = \sqrt{h^2 + r^2}$

(3) **समद्विबाहु समकोण त्रिभुज**—माना भुजा AC = भुजा $BC = a$ तथा $\angle C = 90^\circ$ हो, तो



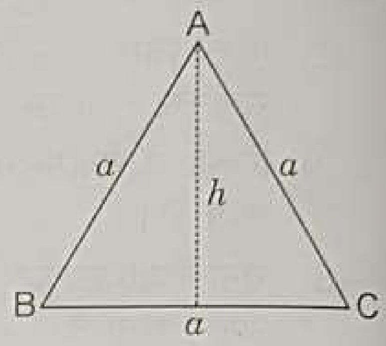
(i) कर्ण $= \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$

(ii) परिमाप $= 2a + a\sqrt{2}$

(iii) क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ × आधार × ऊँचाई

$= \frac{1}{2} \times a \times a = \frac{1}{2}a^2$

(4) **समबाहु त्रिभुज** – यदि समबाहु त्रिभुज ABC में,
भुजा $AB = BC = CA = a$, तो



(i) परिमाप $= a + a + a = 3a$

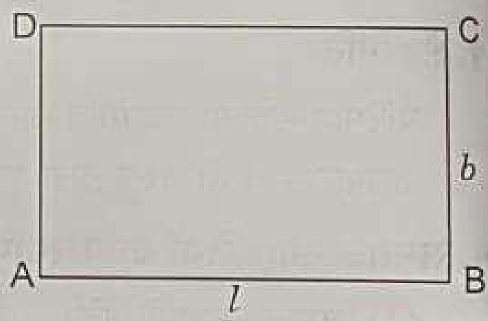
(ii) ऊँचाई, $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

(iii) क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ × आधार × ऊँचाई

$= \frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2}a$

$= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \times a \times h$

(5) **आयत**—माना कि आयत $ABCD$ की लम्बाई $AB = l$ तथा चौड़ाई $BC = b$ हो, तो आयत का परिमाप $= 2\,(l + b) = 2$ (लम्बाई + चौड़ाई)



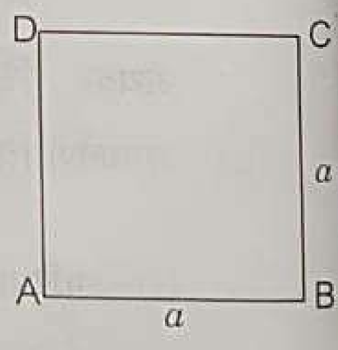
विकर्ण $= \sqrt{l^2 + b^2}$

लम्बाई = लम्बाई × चौड़ाई $= l \times b$

लम्बाई $= \dfrac{\text{क्षेत्रफल}}{\text{चौड़ाई}}$

चौड़ाई $= \dfrac{\text{क्षेत्रफल}}{\text{लम्बाई}}$

(6) **वर्ग**—यदि वर्ग की प्रत्येक भुजा की लम्बाई a हो, तो



(i) वर्ग का परिमाप $= 4a$

(ii) विकर्ण $= a\sqrt{2}$

(iii) क्षेत्रफल = (भुजा)$^2 = a^2$

(iv) क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ (विकर्ण)^2

(v) भुजा $= \sqrt{\text{क्षेत्रफल}}$

अथवा क्षेत्रफल $= \dfrac{\text{परिमाप}}{4}$

$$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A = 2\cos^2 A - 1 = 1 - 2\sin^2 A$$

$$\tan 2A = \frac{2\tan A}{1-\tan^2 A};\ \cot 2A = \frac{\cot^2 A - 1}{2\cot A}$$

$$\sin 3A = 3\sin A - 4\sin^3 A$$

$$\cos 3A = 4\cos^3 A - 3\cot A$$

$$\tan 3A = \frac{3\tan A - \tan^3 A}{1-3\tan^2 A};\ \cot 3A = \frac{\cot^3 A - 3\cot A}{3\cot^2 A - 1}$$

(3) sine तथा cosine के गुणनफल

$$2\sin A\cos A = \sin(A+B) + \sin(A-B)$$

$$2\cos A\sin B = \sin(A+B) - \sin(A-B)$$

$$2\cos A\cos B = \cos(A+B) + \cos(A-B)$$

$$2\sin A\sin B = \cos(A-B) - \cos(A+B)$$

(4) sine और cosine के योग व अन्तर को गुणनफल में बदलना

$$\sin C + \sin D = 2\sin\frac{C+D}{2}\cos\frac{C-D}{2}$$

$$\sin C - \sin D = 2\cos\frac{C+D}{2}\sin\frac{C-D}{2}$$

$$\cos C + \cos D = 2\cos\frac{C+D}{2}\cos\frac{C-D}{2}$$

$$\cos C - \cos D = 2\sin\frac{C+D}{2}\sin\frac{D-C}{2}$$

(5) किसी समकोण Δ में कोण θ के लिए

$$\sin\theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}} \qquad \operatorname{cosec}\theta = \frac{\text{कर्ण}}{\text{लम्ब}}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} \qquad \sec\theta = \frac{\text{कर्ण}}{\text{आधार}}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} \qquad \cot\theta = \frac{\text{आधार}}{\text{लम्ब}}$$

(6)

$$\sin\theta = \frac{1}{\operatorname{cosec}\theta} \qquad \operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}$$

$$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta} \qquad \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$$

$$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta} \qquad \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

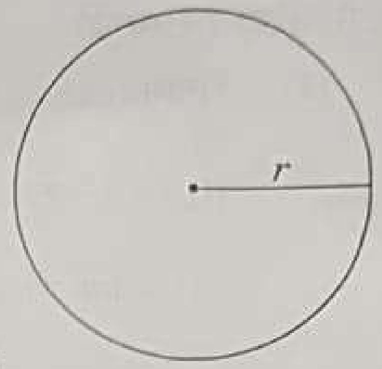
(7)

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta.$$

$$\operatorname{cosec}^2\theta = 1 + \cot^2\theta$$

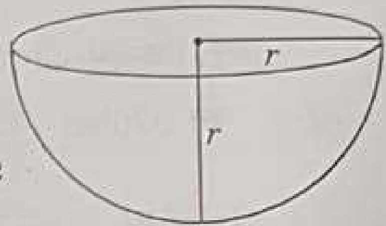
(5) **गोला (Sphere)** — यदि गोले की त्रिज्या r हो, तो



(i) गोले का आयतन = $\frac{4}{3}\pi r^3$

(ii) गोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2$

(6) **अर्धगोला (Hemisphere)** — यदि अर्धगोले की त्रिज्या r हो, तो



(i) अर्धगोले का आयतन = $\dfrac{2}{3}\pi r^3$

(ii) अर्धगोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r^2$

(iii) अर्धगोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r^2 + \pi r^2 = 3\pi r^2$

5. सांख्यिकी सम्बन्धी

(1) **समान्तर माध्य (mean)** (i) जब आँकड़े अवर्गीकृत हों–

(i) चर x के $x_1, x_2, x_3, ... x_n$ के मानों का समान्तर माध्य

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

(ii) **लघु विधि**–यदि कल्पित माध्य A, पदों की संख्या n, कल्पित माध्य से पदों का विचलन d हो, तो समान्तर माध्य, $\bar{x} = \dfrac{A + \sum d}{n}$

(2) जब आँकड़े अवर्गीकृत परन्तु पदों की बारम्बारता एक से अधिक हो–
यदि आँकड़ों $x_1, x_2, x_3, ... x_n$ की बारम्बारताएँ क्रमशः $f_1, f_2, f_3, ... f_n$ हो, तो

$$\text{समान्तर माध्य, } \bar{x} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + ... + f_nx_n}{f_1 + f_2 + ... f_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

(3) **जब आँकड़े वर्गीकृत हों**– यदि वर्ग अन्तराल का मध्यमान = x, संगत बारम्बारता = f तथा बारम्बारताओं का योग = n हों, तो

$$\text{समान्तर माध्य, } \bar{x} = \frac{\Sigma fx}{n}$$

लघु विधि– यदि कल्पित माध्य = A, सभी वर्ग–अन्तरालों के मध्यमानों का कल्पित माध्य से विचलन व संगत बारम्बारताओं के गुणनफल का योगफल = Σfd तथा बारम्बारताओं का योग = $n = \Sigma f$ हो, तो

$$\text{समान्तर माध्य, } \bar{x} = A + \frac{\Sigma fd}{n}$$

(4) **संयोजित मध्यमान**–यदि n_1 और n_2 दो समूहों के माध्य क्रमशः $\bar{x}_1$ तथा $\bar{x}_2$ हों, तो दोनों

(9) **$(90^\circ \pm \theta)$, $(180^\circ \pm \theta)$ व ऋणात्मक कोणों के त्रिकोणमितीय अनुपात**

(i) $\sin(-\theta) = -\sin\theta$ $\quad$ $\text{cosee}\,(-\theta) = -\text{cosec}\,\theta$

$\cos(-\theta) = \cos\theta$ $\quad$ $\sec(-\theta) = \sec\theta$

$\tan(-\theta) = -\tan\theta$ $\quad$ $\cot(-\theta) = -\cot\theta$

(ii) $\sin(90^\circ \pm \theta) = \cos\theta$ $\quad$ $\text{cosec}\,(90^\circ \pm \theta) = \sec\theta$

$\cos(90^\circ \pm \theta) = \mp\sin\theta$ $\quad$ $\sec(90^\circ \pm \theta) = \mp\,\text{cosec}\,\theta$

$\tan(90 \pm \theta) = \mp\tan\theta$ $\quad$ $\cot(90^\circ \pm \theta) = \pm\tan\theta$

(iii) $\sin(180^\circ \pm \theta) = \mp\sin\theta$ $\quad$ $\text{cosec}\,(180^\circ \pm \theta) = \mp\,\text{cosec}\,\theta$

$\cos(180^\circ \pm \theta) = -\cos\theta$ $\quad$ $\sec(180^\circ \pm \theta) = -\sec\theta$

$\tan(180^\circ \pm \theta) = \pm\tan\theta$ $\quad$ $\cot(180^\circ \pm \theta) = \pm\cot\theta$

7. निर्देशांक ज्यामिति सम्बन्धी सूत्र

(i) मूल बिन्दु के निर्देशांक = (0,0)

(ii) दो बिन्दुओं $p\,(x_1, y_1)$ व $Q\,(x_2, y_2)$ के बीच की दूरी

$$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

(iii) दो बिन्दुओं (x_1, y_1) तथा (x_2, y_2) को $m_1 : m_2$ के अन्तः अनुपात में विभाजित करने वाले बिन्दु के निर्देशांक

$$x = \frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \qquad y = \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}$$

(iv) दो बिन्दुओं (x_1, y_1) तथा (x_2, y_2) को $m_1 : m_2$ के बाह्य अनुपात में विभाजित करने वाले बिन्दु के निर्देशांक

$$x = \frac{m_1x_2 - m_2x_1}{m_1 - m_2}, \; y = \frac{m_1y_2 - m_2y_1}{m_1 - m_2}$$

(v) मध्य बिन्दु के निर्देशांक

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, \qquad y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

(vi) त्रिभुज के केन्द्रक के निर्देशांक

$$x = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \; y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$

(vii) Δ ABC का क्षेत्रफल

$$\Delta^S = \tfrac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

समूहों का संयोजित माध्य $\bar{x} = \dfrac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2}{n_1 + n_2}$

माध्यिका (Median)

(1) जब आँकड़े अवर्गीकृत हों–

(i) यदि n विषम हो, तो माध्यिका $= \left(\dfrac{n+1}{2}\right)$ वें पद का मान

(ii) यदि n सम हो, तो माध्यिका $= \dfrac{\frac{n}{2} \text{ वाँ पद} + \left(\frac{n}{2}+1\right) \text{ वाँ पद}}{2}$

(2) जब आँकड़े वर्गीकृत हों, तो

$$\text{माध्यिका} = L_1 + \frac{\left(\frac{n}{2} - C\right)}{f} \times i$$

यहाँ, L_1 = माध्यिका वर्ग की निम्न सीमा

f = माध्यिका वर्ग की बारम्बारता

n = बारम्बारताओं का योग

i = वर्ग–अन्तराल

c = माध्यिका वर्ग से ठीक पहले वर्ग की संचयी बारम्बारता।

बहुलक (Mode)—बहुलक सबसे अधिक बारम्बारता वाला पद होता है।

समान्तर माध्य, माध्यिका तथा बहुलक में सम्बन्ध

समान्तर माध्य − बहुलक = 3 (समान्तर माध्य − माध्यिका)

बहुलक = 3 माध्यिका − 2 समान्तर माध्य

6. त्रिकोणमितीय सम्बन्धी सूत्र

(1) दो कोणों के योग और अन्तर के त्रिकोणमितीय अनुपात

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$
$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$
$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$
$$\sin(A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$$
$$\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$$
$$\tan(A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$$
$$\cot(A+B) = \frac{\cot A \cot B - 1}{\cot B + \cot A}$$
$$\cot(A-B) = \frac{\cot A \cot B - 1}{\cot B - \cot A}$$

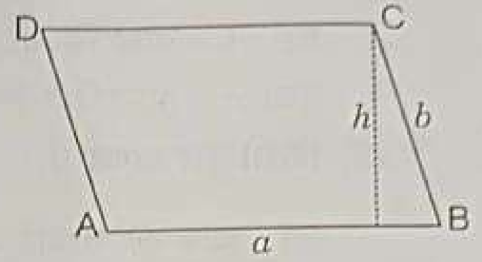
(2) अपवर्त्य कोणों के त्रिकोणमितीय अनुपात

$$\sin 2A = 2 \sin A \cos A$$

(7) **समान्तर चतुर्भुज**—यदि समान्तर चतुर्भुज की आसन्न भुजाएँ a व b हों, तो

(i) समान्तर चतुर्भुज का परिमाप = 2 (आसन्न भुजाओं का योग)

$= 2(a + b)$



(ii) क्षेत्रफल = आधार × ऊँचाई

$= a \times h$

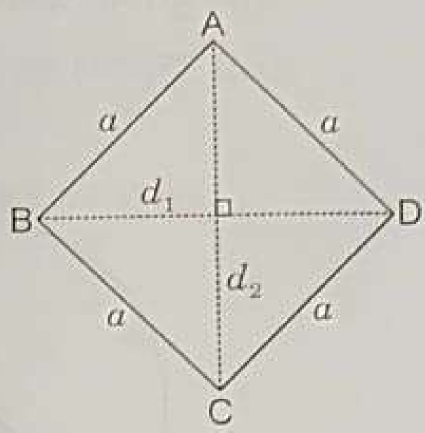
(iii) ऊँचाई = $\dfrac{\text{क्षेत्रफल}}{\text{आधार}}$

(8) **समचतुर्भुज**—यदि समचतुर्भुज की प्रत्येक भुजा a हो तथा विकर्ण $d_1 \times d_2$ हो, तो

(i) परिमाप = 4 × भुजा = $4 \times a$

(ii) क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ × विकर्णों का गुणनफल = $\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

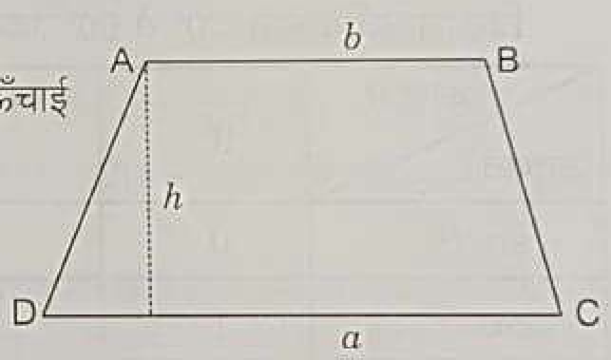
(iii) भुजा $a = \frac{1}{2} \sqrt{d_1^2 + d_2^2}$



(9) **समलम्ब चतुर्भुज**—यदि समलम्ब चतुर्भुज की समान्तर भुजाओं की लम्बाइयाँ a तथा b हों तथा ऊँचाई h हो, तो

क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ × (समान्तर भुजाओं का योग) × ऊँचाई

$= \frac{1}{2} \times (a + b) \times h$



(10) **वृत्त**—यदि वृत्त की त्रिज्या r हो, तो

(i) वृत्त की परिधि = $2\pi r = \pi d$

(d = वृत्त का व्यास, $\pi = \frac{22}{7}$)

(ii) क्षेत्रफल = πr^2

(iii) अर्धवृत्त का क्षेत्रफल = $\frac{\pi r^2}{2}$